

УДК 519.816; 004.891

ФРАКТАЛЬНАЯ ВОЛАТИЛЬНОСТЬ ЦЕНОВЫХ РЯДОВ

FRACTAL VOLATILITY OF PRICE SERIES

©Осипов Г. С.

SPIN-код: 7749-0840

д-р техн. наук, Сахалинский государственный университет
г. Южно-Сахалинск, Россия, _Osipov@rambler.ru

©Osipov G.

SPIN-code: 7749-0840

Dr. habil., Sakhalin State University
Yuzhno-Sakhalinsk, Russia, _Osipov@rambler.ru

Аннотация. В работе исследуется проблема построения интервальной оценки волатильности (среднеквадратичного отклонения) ценовых временных рядов. Приводятся зависимости, позволяющие определить реальный, существенно отличающийся от соответствующих показателей при нормальном законе их распределения, размах волатильностей на основе базового интервала времени. Предложенная методология позволяет учитывать риски инвестирования в реальных условиях функционирования фондового рынка.

Проведено исследование простейшего алгоритма оценка фрактальных размерностей временных рядов, основанного на расчете показателя Херста. Метод основан на одноточечной аппроксимации величины нормированного размаха на шаге планирования линейной функцией. Произведена оценка спектра фрактальных размерностей, основанных на показателе Херста, анализ которых позволяет выполнить комплексное обоснование выбора инструмента для инвестирования.

Практическая апробация предложенной методологии выполнена на примере исследования акций эмитентов, принадлежащих к различным эшелонам по степени ликвидности. Разработанные методы и алгоритмы являются простыми, унифицированными и легко реализуемыми, например, в среде MS Excel.

Abstract. The problem of constructing an interval valuation of the volatility (root-mean-square deviation) of price time series is studied in this paper. Dependencies are given allowing determining the real, substantially different from the corresponding indicators under the normal law of their distribution, the volatility range based on the base time interval. The proposed methodology makes it possible to take into account the risks of investing in the real conditions of the functioning of the stock market.

The study of the simplest algorithm for estimating the fractal dimensions of time series based on the calculation of the Hurst index is carried out. The method is based on a one-point approximation of the magnitude of the normalized span at the planning step by a linear function. The estimation of the spectrum of fractal dimensions based on the Hurst index is made, the analysis of which makes it possible to carry out a complex justification of the choice of a tool for investing.

The practical approbation of the proposed methodology was carried out by examining the shares of issuers belonging to different echelons in terms of liquidity. The developed methods and algorithms are simple, unified and easily implemented, for example, in the MS Excel environment.

Ключевые слова: временной ряд, волатильность, фрактальная размерность.

Keywords: time series, volatility, fractal dimension.

Введение

Исследования показывают, что показатели большинства социально–экономических систем не подчиняются нормальному закону распределения. Гипотеза эффективного рынка и рационального поведения инвесторов не получает необходимого практического подтверждения. Поэтому современный подход к анализу ценовых временных рядов базируется на теории сложных систем [1, 2], основой которого являются методы детерминированного хаоса, эффект самоподобия и динамические фракталы.

Постановка задачи

На некотором интервале T определен ценовой (временной) ряд (например, котировки акций или значения обобщенного индекса):

$$p = p(t) \left(t = \overline{0, T} \right)$$

Необходимо получить интервальные оценки волатильности ряда и рассчитать его фрактальные размерности.

Метод решения

Для анализа волатильности будем использовать логарифмические доходности:

$$r = r(t) = \ln \frac{p(t)}{p(t-1)} \left(t = \overline{1, T} \right). \quad (1)$$

Если бы распределение доходностей подчинялось нормальному закону, то знание волатильности (СКО), измеренной на базовом временном периоде τ , давало бы значение волатильности на временном периоде T :

$$\sigma(T) = \sigma(\tau) \sqrt{T/\tau}. \quad (2)$$

Так если, например, известна одноминутная волатильность σ_m , то волатильность в расчете на час была бы:

$$\sigma_h = \sigma_m \sqrt{60}.$$

Однако на практике гипотеза эффективного рынка (с рациональными инвесторами) не подтверждается — полученная информация не мгновенно учитывается (обесценивается) участниками рынка, сказывается эффект долговременной памяти, присутствуют спекулятивные воздействия и т.д.

В соответствии с гипотезой фрактального рынка, которая учитывает его самоподобие на различных временных масштабах, формула (2) может быть записана в виде:

$$\sigma(T) = \sigma(\tau) (T/\tau)^h, \quad (3)$$

где h — параметр.

Таким образом волатильности, вычисленные на базе разных временных интервалов соотносятся друг с другом в соответствии с формулой (3). Очевидно, если $h=0,5$, то подтверждается гипотеза эффективного рынка и сегодняшние события уже не будут иметь значения завтра, т.е. система лишена долговременной памяти, происходит случайное изменение цен.

Очевидно, что проблема определения показателя (фрактальности) h сводится к построению ценовых рядов и определению их волатильности на различных временных интервалах — минутных, часовых, дневных и т. д. Причем оценка показателя h может быть получена с помощью степенной регрессии непосредственно из выражения (3), или (это чаще используется в практических исследованиях) на основании значения углового коэффициента b линейной регрессии вида:

$$y = a + bx, \quad (4)$$

где $y = \ln \sigma(T)$, $x = \ln T/\tau$.

При расчете показателя Херста за основу взят классический алгоритм [1, 2], но произведена его простейшая модификация, предложенная в [3].

Оценка показателя Херста осуществляется на основании величины углового коэффициент линейной регрессии вида (4), где $y = \lg \frac{R}{S}(\tau)$, $x = \lg \tau$.

Результаты и их обсуждение

I. Исследование волатильности ценовых рядов

Проведем исследование волатильности ценовых рядов на примере котировок акций двух эмитентов, которые входят в различные эшелоны по ликвидности. На Рисунке 1 представлены графики дневного ценового ряда и логарифмических доходностей (1) для котировок акций ПАО «НК „РОСНЕФТЬ“» (тикер ROSN, «Московская Биржа») с 2007 по 2017 гг.

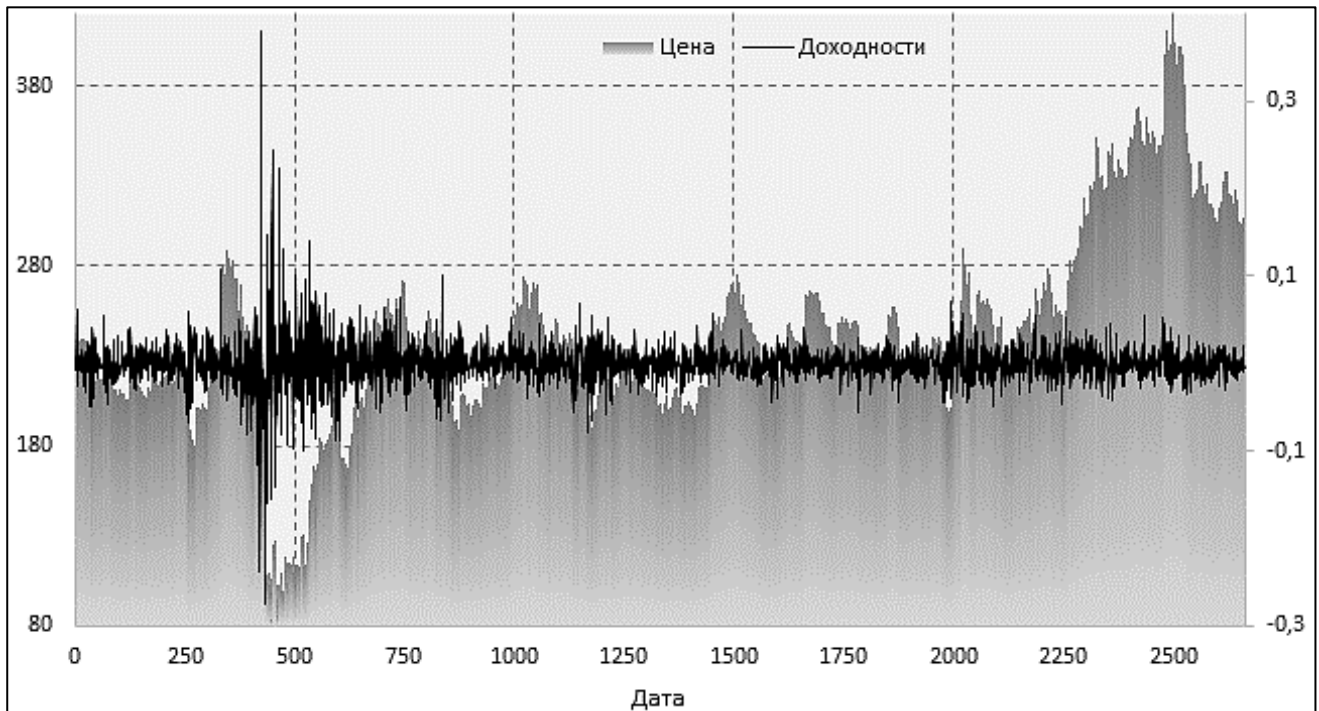


Рисунок 1. Ценовой ряд и доходности для ROSN

На рисунке 2 приведены аналогичные графики для ПАО «НМТП» (NMTP)

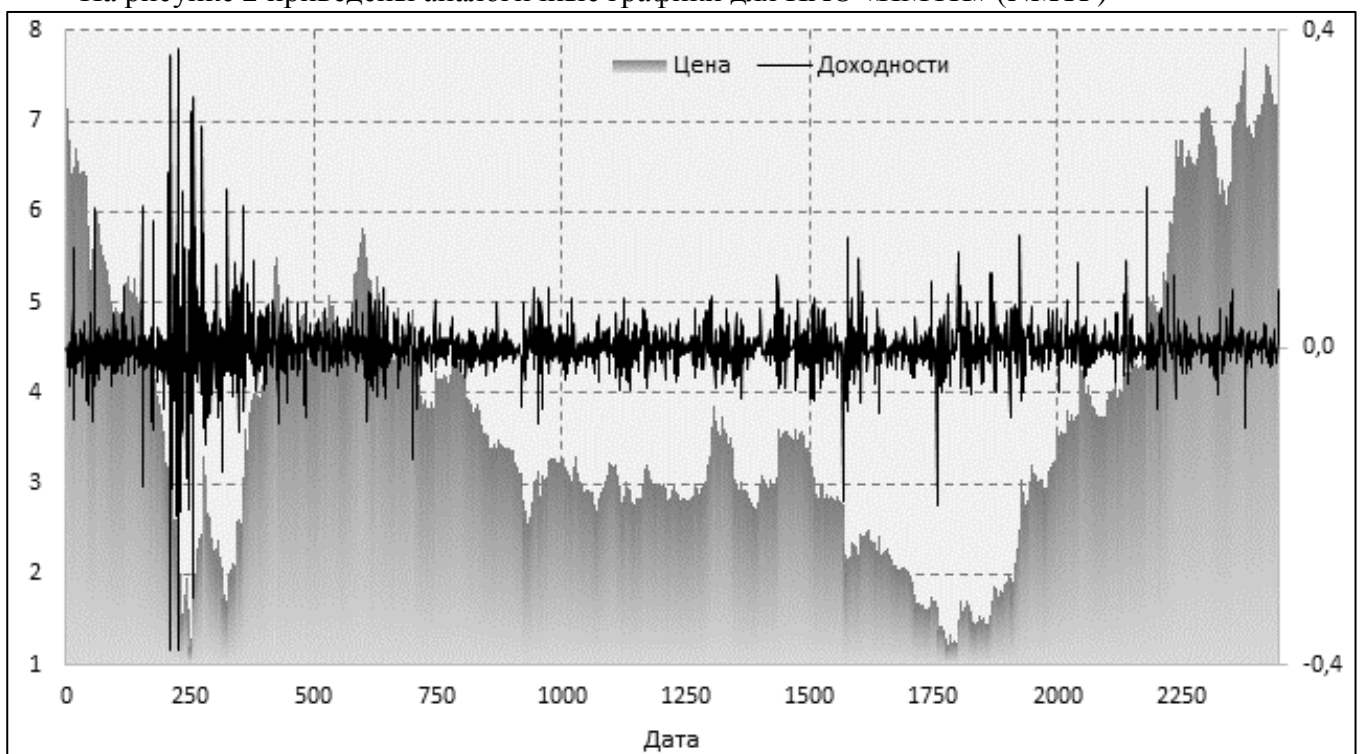


Рисунок 2. Ценовой ряд и доходности для NMTP

Исходные данные для расчета показателя фрактальности с временными интервалами от одной минуты $\tau = 1$ ($id=M$) до месяца $\tau = 10692$ ($id=M$) представлены в Таблице 1.

Таблица 1.

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ПО ВОЛАТИЛЬНОСТИ РЯДОВ

№	id	τ	$\ln(\tau)$	ROSN		NMTP	
				σ	$\ln(\sigma)$	σ	$\ln(\sigma)$
1	1	1	0	0,0007	-7,212	0,0032	-5,744
2	5	5	1,609	0,0016	-6,412	0,0035	-5,641
3	10	10	2,303	0,0022	-6,116	0,0039	-5,536
4	15	15	2,708	0,0025	-5,973	0,0043	-5,441
5	30	30	3,401	0,0035	-5,653	0,0057	-5,172
6	H	60	4,094	0,0048	-5,337	0,0074	-4,906
7	2H	120	4,787	0,0062	-5,080	0,0091	-4,700
8	4H	240	5,481	0,0089	-4,727	0,0113	-4,484
9	D	495	6,205	0,0263	-3,639	0,0330	-3,412
10	3D	1485	7,303	0,0380	-3,269	0,0474	-3,050
11	W	2475	7,814	0,0555	-2,891	0,0698	-2,662
12	M	10692	9,277	0,0934	-2,371	0,1374	-1,985

На Рисунке 3 представлены графики линейной регрессии вида (4) для NMTP и ROSN, построенные на основании данных, приведенных в Таблице 1.

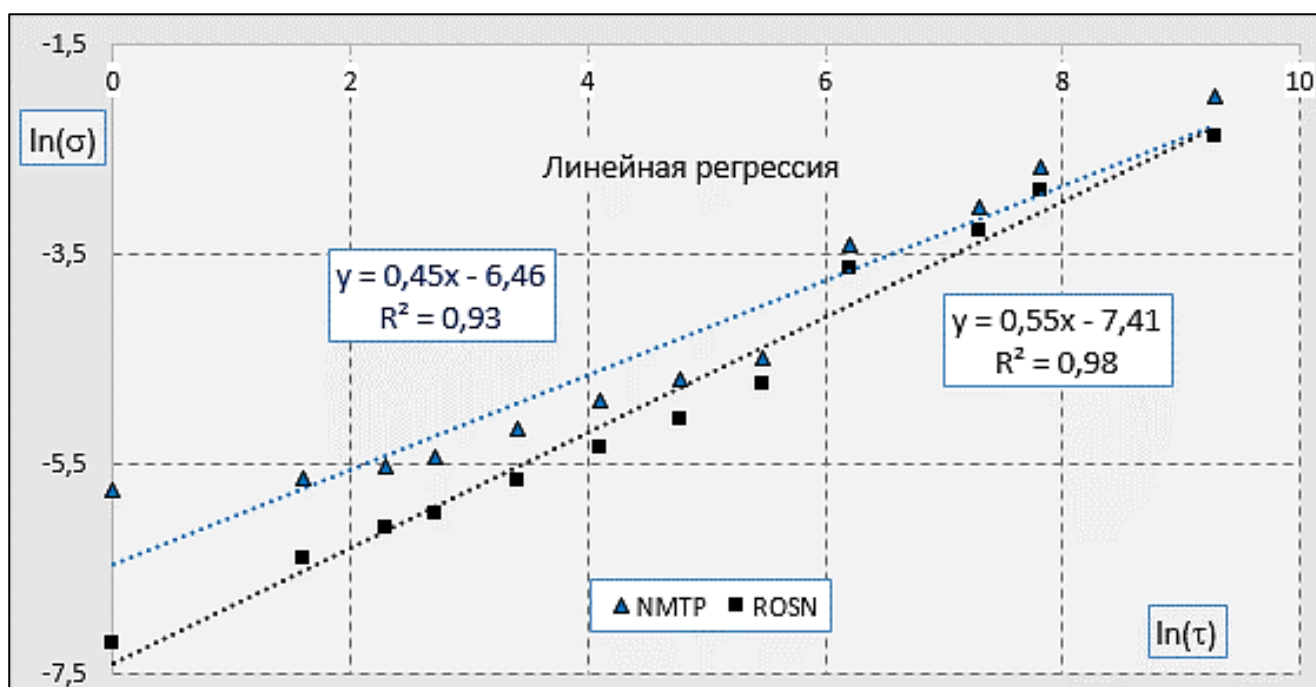


Рисунок 3. Линейные регрессии для двух зависимостей

Оценка параметра h для ROSN равна $0,55 \pm 0,05$, а для NMTP $0,45 \pm 0,09$, соответственно.

Заметим, что если строить регрессию для NMTP по минутным (от одной до 15) значениям СКО, то оценка показателя фрактальности будет значительно ниже 0,45. Это объясняется, видимо, тем, что акции этого эмитента имеют невысокую ликвидность.

Отметим также, что, казалось бы, «незначительное» превышение показателя фрактальности от нормального 0,5 до 0,55 приводит к существенной (в 32% при расчете годовой волатильности на базе дневной) недооценке волатильности и, следовательно, риска инвестирования в акции ROSN (на рассматриваемом горизонте планирования).

II. Определение фрактальных размерностей на базе показателя Херста

Логарифмические доходности, графики которых представлены на Рисунках 1 и 2, нормируем и центрируем. На Рисунке 4 приведена гистограмма распределения логарифмических доходностей для ROSN.

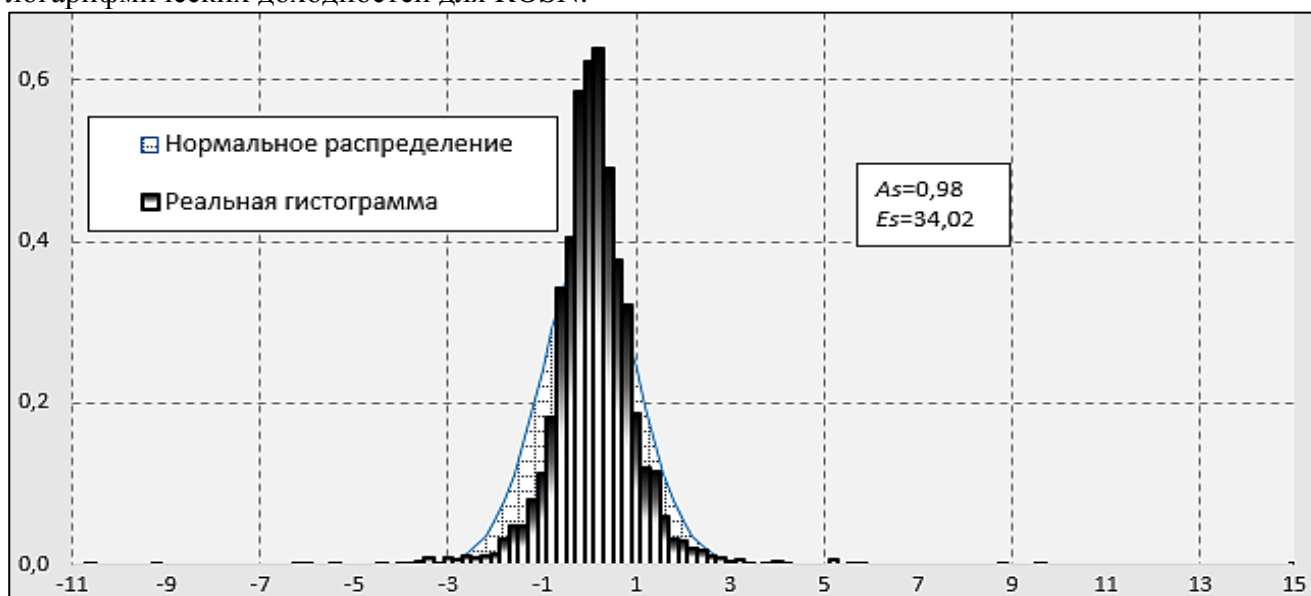


Рисунок 4. Распределение доходностей для ROSN

На Рисунке 5 показаны отклонения реального распределения от нормального.

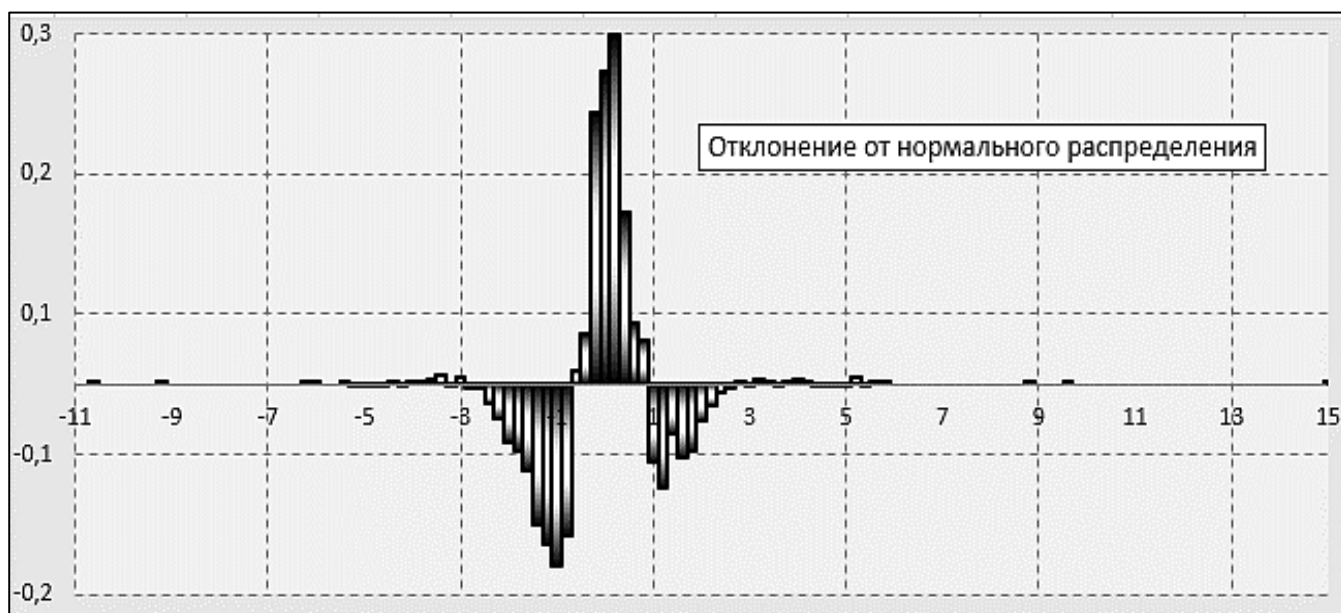


Рисунок 5. Отклонения распределения от нормального

Аналогичные показатели для NMTP представлены на Рисунках 6 и 7.

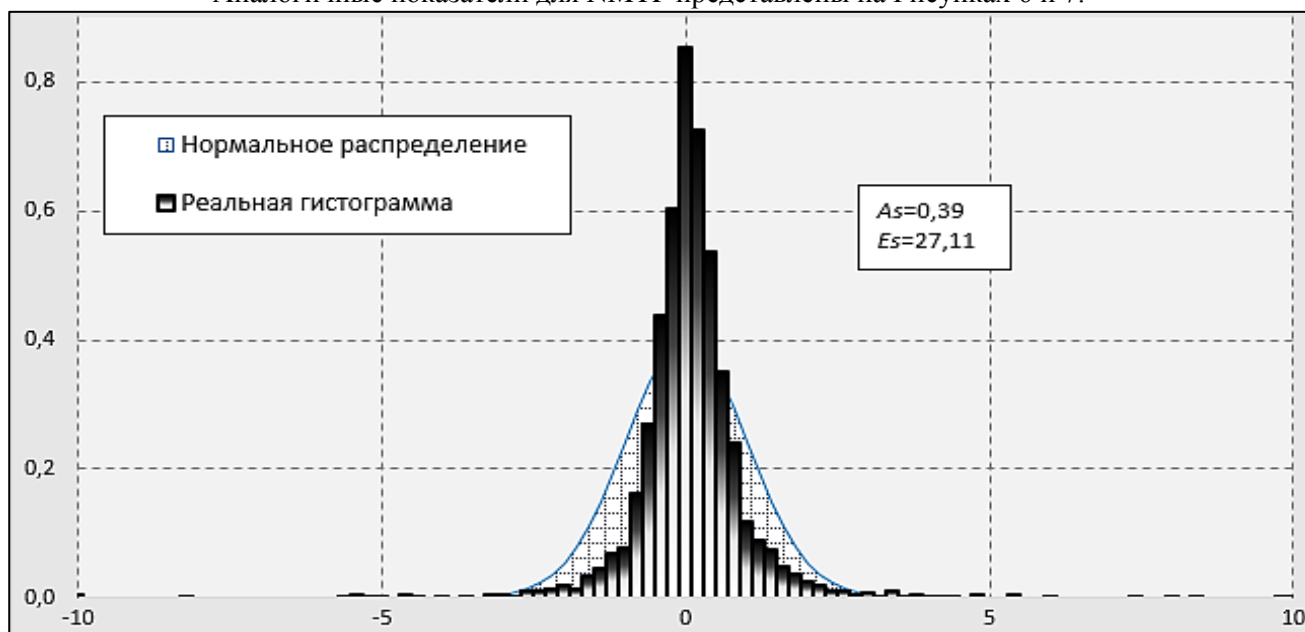


Рисунок 6. Распределение доходностей для NMTP



Рисунок 7. Отклонения распределения от нормального для NMTP

Полученные характеристики параметров подтверждают гипотезу о том, что они не являются нормально распределенными, т.к. превышают критические значения отклонений асимметрии и эксцесса от соответствующих показателей нормального распределения [3].

Оценки показателя Херста H по линейным регрессиям приведены на Рисунках 8 и 9.



Рисунок 8. Оценка показателя Херста для ROSN



Рисунок 9. Оценка показателя Херста Для NMTP

Результаты расчетов сведены в Таблицу 2.

Таблица 2.

СВОДНАЯ ТАБЛИЦА ПО ФРАКТАЛЬНЫМ РАЗМЕРНОСТЯМ

Параметр	Тикер	
	ROSN	NMTP
Показатель волатильности h	0,55±0,05	0,45±0,09
Показатель Херста H	0,514±0,008	0,613±0,01
Фрактальная размерность D_H	1,486±0,008	1,387±0,01
Размерность Мандельброта D_M	1,946 [1,918; 1,976]	1,631 [1,606; 1,658]
Корреляционное соотношение C_H	0,019 [0,009; 0,030]	0,170 [0,154; 0,185]

Очевидно (для выбранного горизонта планирования) акции ROSN более волатильны (более подвержены риску), чем у NMTP, причем отличие (0,55 от 0,45) достаточно существенно.

Показатель Херста акций второго эмитента выше, чем у первого и больше 0,5, что свидетельствует о персистентности рассматриваемого временного ряда. Например, на графике Рисунка 2 явно просматриваются продолжительные периоды подъема (спада) курса акций. Считается, что производства с высоким уровнем инноваций имеют тенденцию к более высокому уровню H .

Фрактальная размерность $D_H = 2 - H$ — служит мерой «зазубренности» или неровности временного ряда, показывает как он заполняет пространство состояний. Применительно к ценовым временным рядам фрактальная размерность интерпретируется как степень влияния информации на временной ряд, значение D_H является рыночным индикатором и может служить показателем риска инвестиций.

Размерность Мандельброта $D_M = 1/H$ — фрактальная размерность пространства вероятностей — измеряет высоту пика гистограммы и толщину ее хвостов (лептоэксцесс). Согласно гипотезе эффективного рынка D_M всегда равно 2, а в соответствии с гипотезой фрактального рынка $1 < D_M \leq 2$. Учет лептоэксцесса позволяет прогнозировать как поведет себя система при коллапсе рынка. Так у акций NMTP этот показатель (и эксцесс и асимметрия) ниже.

Корреляционное соотношение находится по формуле:

$$C_H = 2^{2H-1} - 1.$$

Этот показатель удобно использовать для оценки эффекта долговременной памяти, определяющего как долго учитывается и обесценивается рынком текущая информация.

Характеристики основных типов классифицируемых временных рядов представлены в Таблице 3 [1, 2].

Таблица 3.

ПОКАЗАТЕЛИ ФРАКТАЛЬНОСТИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

H	D_H	D_M	C_H	Характеристика ряда
$0 \leq H < 0,5$	$1,5 < D_H \leq 2$	$D_M > 2$	$-0,5 \leq C_H < 0$	Антиперсистентный
0,5	1,5	2	0	Случайный
$0,5 < H \leq 1$	$1 \leq D_H < 1,5$	$1 \leq D_M < 2$	$0 < C_H \leq 1$	Персистентный

Выводы

Предложенная методология оценки фрактальности и волатильности временных ценовых рядов позволяет провести комплексное исследование поведения сложной системы — фондового рынка, отражающего состояние всей социально-экономической системы стран мира. Основной целью такого исследования является выработка рекомендаций для принятия решений по управлению активами в условиях нестабильности, эффектов самоподобия и долговременной памяти, спекулятивных действий и нерационального поведения инвесторов.

На основании наблюдаемых (скалярных) временных рядов можно решать задачу прогнозирования, а также изучать поведение и строить модели функционирования всей системы рыночных отношений, т. е. идентифицировать ее.

Список литературы:

1. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка: пер. с англ. М.: Мир, 2000. 333 с.
2. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков: Применение теории хаоса в инвестициях и экономике. М.: Интернет-трейдинг. 2004. 304 с.
3. Осипов Г. С. Оценка фрактальности финансовых временных рядов с помощью показателя Херста // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. 2017. №4. С. 46-52.

References:

1. Peters, E. (2000). Khaos i poryadok na rynkakh kapitala. Novyi analiticheskii vzglyad na tsikly, tseny i izmenchivost rynka (Chaos and order in the capital markets. A new analytical view of cycles, prices and market volatility). Moscow, Mir, 333
2. Peters, E. (2004). Fraktalniy analiz finansovykh rynkov: Primenenie teorii haosa v investitsiyakh i ekonomike (Fractal analysis of financial markets: Applying the theory of chaos in investment and economics). Moscow, Internet-treiding, 304
3. Osipov, G. S. (2017). Otsenka fraktalnosti finansovykh vremennykh ryadov s pomoshchiyu pokazatelya Hersta (Assessment of fractality of financial time series by means of Hurst exponent). *Mezhdunarodnyi zhurnal gumanitarnykh i estestvennykh nauk*, (4), 46-52

Работа поступила
в редакцию 13.09.2017 г.

Принята к публикации
17.09.2017 г.

Ссылка для цитирования:

Осипов Г. С. Фрактальная волатильность ценовых рядов // Бюллетень науки и практики. Электрон. журн. 2017. №10 (23). С. 21-30. Режим доступа: <http://www.bulletennauki.com/osipovg> (дата обращения 15.10.2017).

Cite as (APA):

Osipov, G. (2017). Fractal volatility of price series. *Bulletin of Science and Practice*, (10), 21-