ФИЗИКО–МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ / PHYSICAL & MATHEMATICAL SCIENCES

УДК 536.3.535.34 https://doi.org/10.33619/2414-2948/42/01

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ЛУЧИСТОГО ТЕПЛООБМЕНА В ДВУХМЕРНОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

*©**Абдуллин А. М.,** SPIN-код: 2852-7982, канд. техн. наук,*
Казанский национальный исследовательский технологический университет,
г. Нижнекамск, Россия, amabdullin@mail.ru

NUMERICAL CALCULATION OF RADIATIVE HEAT TRANSFER IN TWO-DIMENSIONAL RECTANGULAR ZONE

*©**Abdullin A.,** SPIN-code: 2852-7982, Ph.D., Kazan National Research Technological University,*
Nizhnekamsk, Russia, amabdullin@mail.ru

Аннотация. Анализируется точность P_1-приближения метода сферических гармоник и S_2-приближения метода дискретных ординат для расчета теплообмена излучением. Рассмотрены случаи изотропно рассеивающей однородной среды и однородной поглощающей среды. Результаты расчетов сравниваются с точным решением, P_3-приближением и зональным методом. Показано, что точность S_2-приближения выше по сравнению с P_1-приближением при малых и промежуточных значениях оптической толщины среды.

Abstract. The accuracy of the P_1-approximation of the spherical harmonic’s method and the S_2-approximation of the discrete ordinate method for calculating heat transfer by radiation are analyzed. The cases of an isotropically scattering homogeneous medium and a homogeneous absorbing medium are considered. The calculation results are compared with the exact solution, the P_3-approximation and the zonal method. It is shown that the accuracy of the S_2-approximation is higher compared to the P_1-approximation at small and intermediate values of the optical thickness of the medium.

Ключевые слова: интенсивность излучения, поглощение и рассеяние, лучистый поток, степень черноты.

Keywords: radiation intensity, absorption and dispersion, radiation flux, degree of blackness.

Лучистый теплообмен является важнейшей составляющей теплового режима работы высокотемпературных энергетических и технологических оборудований. Совместно с конвективным и турбулентным механизмами теплопередачи он формирует на ограждающих поверхностях температурные поля, определяющие тепловое состояние оборудования. Уровень температуры, радиационные свойства и разная ориентация этих поверхностей друг относительно друга приводит к возникновению сложной структуры полей лучистого и конвективного потоков тепла, отличающихся по характеру и интенсивности, а также по спектральному составу.

Т. 5. №5. 2019
DOI: 10.33619/2414-2948/42

Перенос энергии излучением в прямоугольной расчетной области, представленной на Рисунке 1, моделировался двумя методами: методом сферических гармоник и методом дискретных ординат.

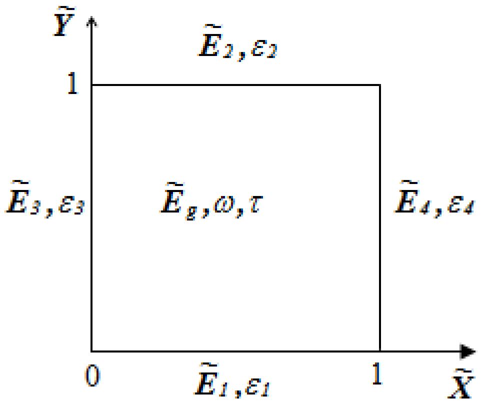


Рисунок 1. Расчетная область.

Уравнения P_1-приближения метода сферических гармоник имеют вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} D \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} D \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \alpha\varphi = -4\pi\alpha I_b; \tag{1}$$

$$q_x = -D \frac{\partial \varphi}{\partial x}\ ; \quad q_y = -D \frac{\partial \varphi}{\partial y}. \tag{2}$$

Здесь α, D— коэффициенты поглощения и «диффузии» излучения, I_b — интенсивность интегрального излучения абсолютно черного тела, q_x, q_y — координатные составляющие поверхностной плотности потока лучистой энергии. Для однородной и изотропно рассеивающей среды коэффициент «диффузии» определяется по формуле:

$$D = \frac{1}{3(\alpha + \beta)}\ ,$$

где β — коэффициент рассеяния излучения, φ — величина, пропорциональная нулевому моменту φ_{00} в разложении интенсивности излучения в ряд по сферическим гармоникам:

$$\varphi = 4\pi\varphi_{00}\ .$$

Тогда объемная плотность энергии излучения определяется по формуле:

$$U = \frac{4\pi}{c}\varphi_{00},$$

где с — скорость света в вакууме.

Граничное условие на ограждающих поверхностях имеет вид:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = \frac{1}{2D(1+r)}(4\pi\varepsilon I_b - (1-r)\varphi)\ . \tag{3}$$

Здесь ε — степень черноты, r — отражательная способность поверхности, n — вектор внешней нормали.

 Т. 5. №5. 2019
DOI: 10.33619/2414-2948/42

Система дифференциальных уравнений (1, 2) с граничными условиями (3) решается численно в вариационной формулировке методом конечных элементов [1]. Алгоритм расчета методом дискретных ординат подробно описан в работе [2].

Выполнен расчет лучистого теплообмена в прямоугольной области, заполненной изотропно рассеивающей, поглощающей и излучающей однородной средой (Рисунок 1). В работе [3] приведены результаты численного решения этой задачи зональным методом, в P_3-приближении метода сферических гармоник и точное решение.

Рассмотрены два случая:

1) изотропно рассеивающая однородная среда и серые границы;

2) поглощающая и излучающая однородная среда и абсолютно черные границы.

В данной работе эти же задачи решены численно методом последовательных приближений на конечно-разностной сетке с числом узловых точек 13×25 в S_n–приближении метода дискретных ординат (n=2 или 6) и P_1–приближении метода сферических гармоник. Расчеты продолжались до достижения максимального значения рассогласования объемной плотности энергии излучения в двух последовательных приближениях не более, чем на 0,1%. Результаты расчетов представлены в безразмерном виде. За масштаб плотности лучистого потока принята поверхностная плотность собственного излучения $E=\sigma T^4$, масштабом расстояния является длина стороны квадрата (расчетной области).

1. Изотропно рассеивающая однородная среда и серые границы.

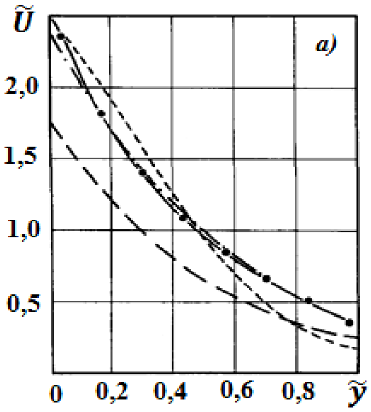
Расчеты проводились при следующих исходных данных: $\tilde{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{1}}=1-$«горячая» поверхность; $\tilde{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{2}}=\tilde{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{3}}=\tilde{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{4}}=0-$ «холодная» поверхность; альбедо рассеяния ω = 1; оптическая толщина среды τ = 1.

На Рисунке 2 представлена зависимость относительной объемной плотности энергии излучения $\tilde{U}$ в направлении координатной оси OY для $\tilde{X}=0{,}3$ (Рисунок 2*а*) и $\tilde{X}=0{,}5$ (Рисунок 2*б*). Результаты расчетов в S_2 — (мелкая штриховая линия), S_6 — (сплошная линия) и P_1 — (крупная штриховая линия) приближениях сравниваются с результатами, полученными зональным методом (точки) и в P_3-приближении метода сферических гармоник (штрихпунктирная линия). Метод дискретных ординат в S_2- приближении дает завышенные значения $\tilde{U}$ вблизи «горячей» и заниженные значения вблизи «холодной» поверхности. Расхождение результатов, полученных в P_1-приближении и зональным методом, максимально вблизи «горячей» поверхности и составляет 29% при $\tilde{X}=0{,}5$. Погрешности S_2 и P_1 приближений вблизи боковой граничной поверхности становятся меньше, и как показывают расчеты, при $\tilde{X}=0{,}1$ не превышают 9%. Результаты расчетов, сделанных в S_6-приближении, практически совпадают с данными расчетов по зональному методу.

На Рисунке 3 представлены распределения плотности результирующего потока излучения на «горячей» поверхности при значениях степени черноты ε_1 =1; 0,5; 0,1. Результаты, полученные в S_2- и S_6-приближениях, удовлетворительно согласуются с результатами расчета по зональному методу. Погрешность при ε_1=1 составляет соответственно 11% и 2%. P_1-приближение при ε_1 =1 дает значения лучистых потоков, превышающие результаты расчета по зональному методу на 46%. Точность P_1- и P_3-приближений метода сферические гармоник при уменьшении степени черноты границы возрастает. Разность между значениями плотности лучистых потоков, полученными зональным методом и в P_1-приближении, составляет 39% при ε_1 = 0,5 и 12% при ε_1=0,1. Точность S_2-приближения при уменьшении степени черноты ухудшается. Это объясняется

Т. 5. №5. 2019
DOI: 10.33619/2414-2948/42

тем, что увеличивается доля отраженного излучения и в граничных условиях доминирующим становится слагаемое, учитывающее падающее на границу излучение, а собственное излучение границы становится незначительным. Так как угловое распределение интенсивности падающего на границу излучения аппроксимируется конечным числом интервалов, низкие приближения метода дискретных ординат в таких случаях могут давать неточные результаты. Более высокое S_6-приближение хорошо согласуется с зональным методом. Погрешность S_2-приближения при ε_1=0,5 составляет 12%.



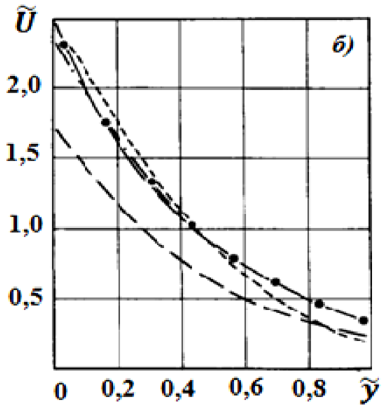


Рисунок 2. Распределение объемной плотности энергии излучения $\tilde{U}$ в расчетной области

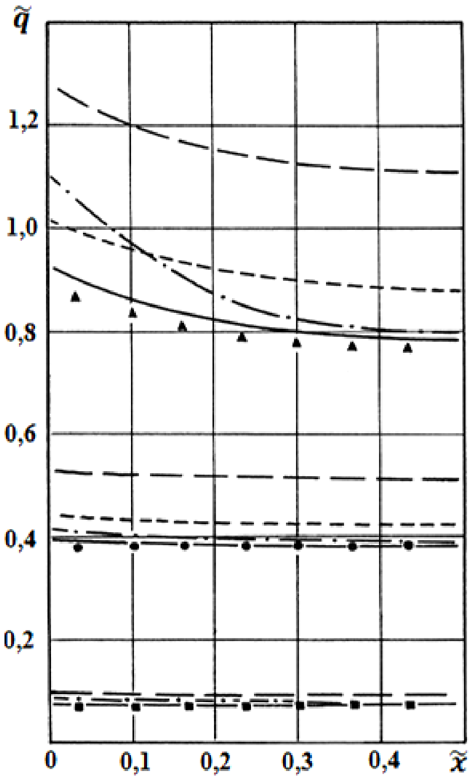


Рисунок 3. Распределения плотности результирующего потока излучения $\tilde{q}$.

2. Поглощающая и излучающая однородная среда и абсолютно черные границы.

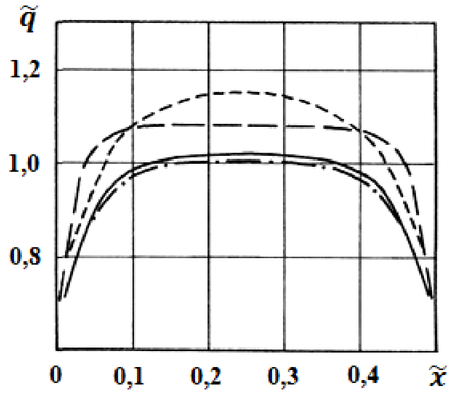


Рисунок 4. Распределение плотности результирующего потока излучения при τ = 10.

Расчеты проводились при следующих исходных данных: $\tilde{E}_1 = \tilde{E}_2 = \tilde{E}_3 = \tilde{E}_4 = 0;\ \tilde{E}_g = 1;\ \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 1;$ альбедо рассеяния ω=0; оптическая толщина среды τ = 0,1; 1,0; 10. На Рисунке 4 представлены распределения плотности результирующего потока излучения к поверхности 1 для значения оптической толщины среды τ = 10. Как показывают расчеты, отличие результатов расчета в S_6-приближении от точного решения (штрихпунктирная линия) для всех значений оптической толщины не превышает 6%. При τ = 0,1 отличие результатов расчета в P_1-приближении от точного решения составляет 106%, а при τ =10 погрешность уменьшается до 8%. Точность S_2-приближения метода дискретных ординат выше по сравнению с P_1-приближением при малых и промежуточных значениях оптической толщины среды. При τ = 10 S_2 и P_1-приближения имеют погрешности одинакового порядка.

Список литературы:

1. Абдуллин А. М., Казеннов А. А., Хаматвалеев Р. А., Харичко М. А. О применении модели широкой полосы при исследовании радиационного теплообмена // Тепло- и массообмен в химической технологии: межвуз. сб. науч. тр. Казань: КХТИ, 1988. С. 10-16.
2. Абдуллин А. М. Численный метод определения температуры излучающей стенки в трубчатых печах // Известия вузов: Проблемы энергетики. Казань: КГЭУ, 2011. №11-12. С. 30-39.
3. Fiveland W. A. Discrete-ordinates solutions of the radiative transport equation for rectangular enclosures // Journal of heat transfer. 1984. V. 106. №4. P. 699-706.

References:

1. Abdullin, A. M., Kazennov, A. A., Khamatvaleev, R. A., & Kharichko, M. A. (1988). On the application of the broadband model in the study of radiative heat transfer. *In: Heat and mass transfer in chemical technology. Interuniversity collection. Kazan: Kazan Institute of Chemical Technology, 10-16*. (in Russian).
2. Abdullin, A. M. (2011). Numerical method for determining the temperature of radiating wall in tube furnaces. *In: Proceedings of the higher educational institutions. Energy sector problems,* (11-12), 30-39. (in Russian).
3. Fiveland, W. A. (1984). Discrete-ordinates solutions of the radiative transport equation for rectangular enclosures. *Journal of heat transfer, 106*(4), 699-706.

Т. 5. №5. 2019
DOI: 10.33619/2414-2948/42

Работа поступила в редакцию 18.04.2019 г.

Принята к публикации 22.04.2019 г.

Ссылка для цитирования:

Абдуллин А. М. Численный расчет лучистого теплообмена в двухмерной прямоугольной области // Бюллетень науки и практики. 2019. Т. 5. №5. С. 13-18. https://doi.org/10.33619/2414-2948/42/01.

Cite as (APA):

Abdullin, A. (2019). Numerical Calculation of Radiative Heat Transfer in Two-dimensional Rectangular Zone. *Bulletin of Science and Practice, 5*(5), 13-18. https://doi.org/10.33619/2414-2948/42/01. (in Russian).